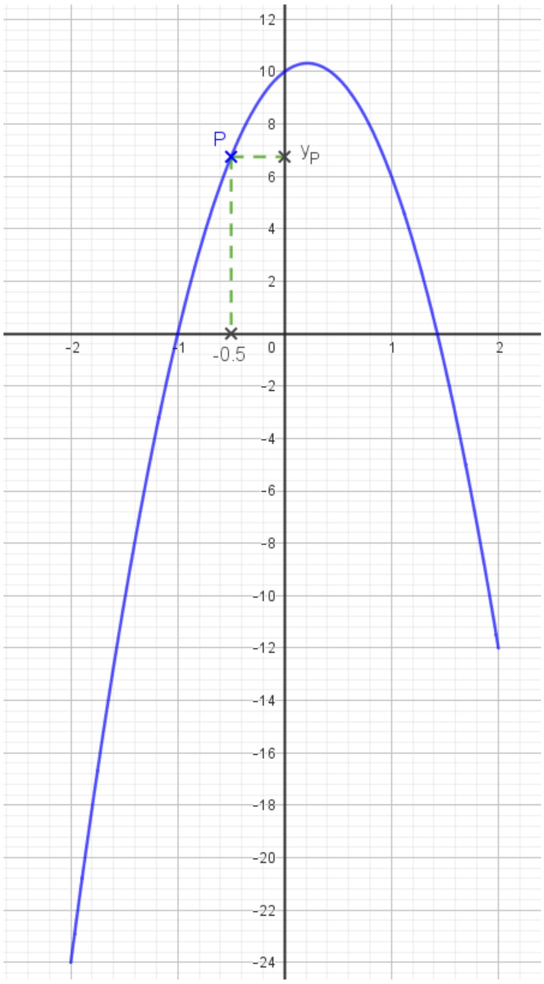
Corrigé

1) **Partie graphique.**

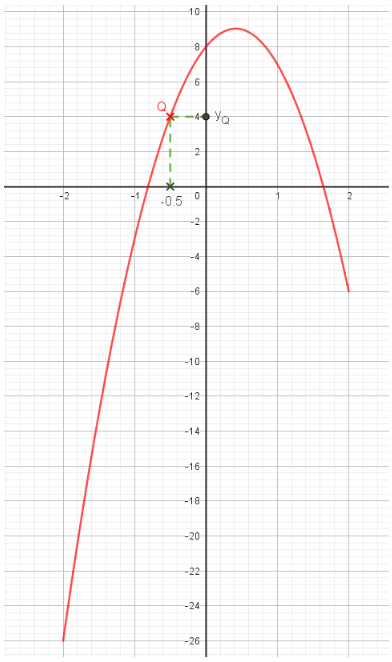
a) Déterminons si la courbe représentative de la fonction f est la figure 1 ou la figure 2.

La fonction f est telle que $f(-0.5) = 4$ de telle sorte que la courbe représentative de la fonction f passe par le point de coordonnées $\left(-0.5; f(-0.5)\right)$ soit $(-0.5; 4)$.

Dans la figure 1, le point P d'abscisse -0.5 a pour ordonnée $y_P \sim 7$.

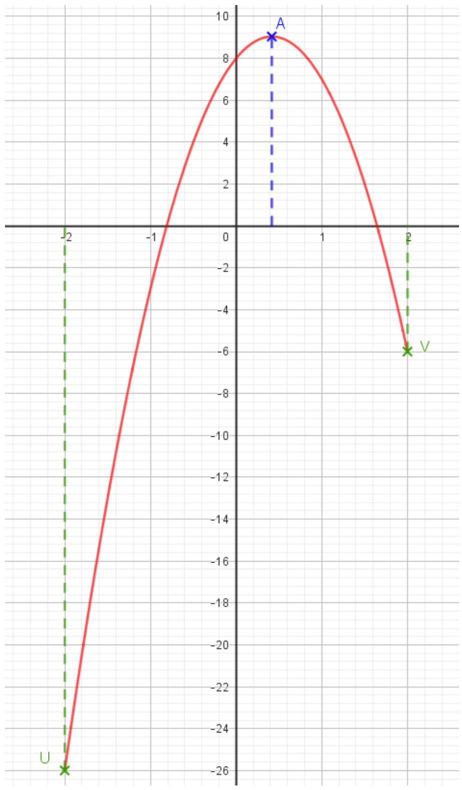


Dans la figure 2, le point Q d'abscisse -0.5 a pour ordonnée 4.



Par suite, la courbe représentative de la fonction f est la figure 2.

b) Par lecture graphique,



le tableau des variations de la fonction f est

x	-2		x_A		2
$f(x)$			y_A		
	y_U	$\nearrow$		$\searrow$	y_V

d'où

x	-2	~ 0.4	2
$f(x)$	-26 $\nearrow$	~ 9	$\searrow$ -6

c) Le maximum de la fonction f est $y_A \sim 9$ et il est atteint en $x_A \sim 0.4$.

2) **Partie calculatoire**

La fonction $f(x)$ est définie par la formule $f(x) = -6x^2 + 5x + 8$.

a) Calculons $f\left(\frac{5}{12}\right)$.

$$\begin{aligned}
f\left(\frac{5}{12}\right) &= -6\left(\frac{5}{12}\right)^2 + 5\left(\frac{5}{12}\right) + 8 \\
&= -6\frac{25}{144} + \frac{25}{12} + 8 \\
&= -\frac{150}{144} + \frac{25 \times 12}{12 \times 12} + \frac{8 \times 144}{144} \\
&= -\frac{150}{144} + \frac{300}{144} + \frac{1152}{144} \\
&= \frac{1302}{144} \\
&= \frac{217}{24} \\
&\sim 9.041
\end{aligned}$$

b) Vérifions l'égalité $f(x) - f\left(\frac{5}{12}\right) = -6\left(x - \frac{5}{12}\right)^2$.

D'une part

$$\begin{aligned}
f(x) - f\left(\frac{5}{12}\right) &= -6x^2 + 5x + 8 - \frac{217}{24} \\
&= -6x^2 + 5x - \frac{25}{4}
\end{aligned}$$

D'autre part

$$\begin{aligned}
-6\left(x - \frac{5}{12}\right)^2 &= -6\left[x^2 - 2 \times \frac{5}{12} \times x + \left(\frac{5}{12}\right)^2\right] \\
&= -6\left(x^2 - \frac{5}{6}x + \frac{25}{144}\right) \\
&= -6x^2 + 5x - 6 \times \frac{25}{144}
\end{aligned}$$

$$= 5x^2 - 3x - \frac{25}{4}$$

c) Déterminons le maximum de la fonction f et en quel réel ce maximum est atteint.

Puisque $f(x) - f\left(\frac{5}{12}\right) = -6\left(x - \frac{5}{12}\right)^2$ et $-6\left(x - \frac{5}{12}\right)^2 \leq 0$,

on obtient que, pour tout nombre réel x,

$$f(x) - f\left(\frac{5}{12}\right) \leq 0$$

soit

$$f(x) \leq f\left(\frac{5}{12}\right)$$

de telle sorte que le maximum de la fonction f est $f\left(\frac{5}{12}\right) = \frac{217}{24} \sim 9.041$ et qu'il est atteint en $\frac{5}{12} \sim 0.416$.